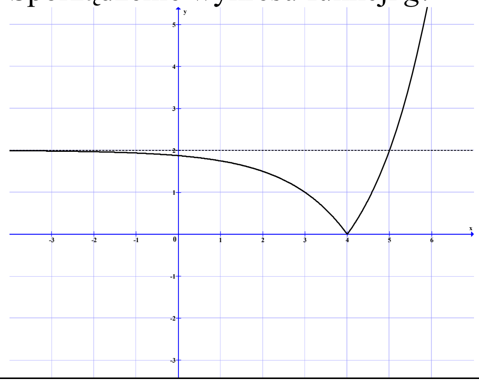
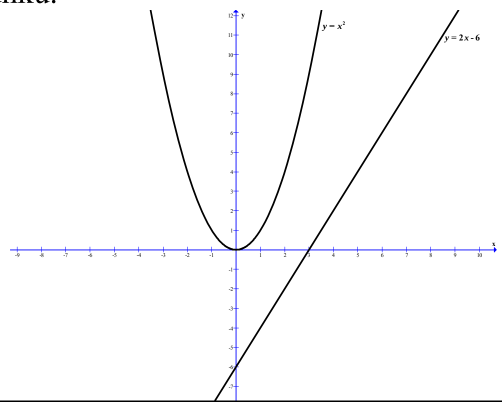
ODPOWIEDZI I SCHEMAT PUNKTOWANIA
POZIOM ROZSZERZONY

Numer zadania	Etapy rozwiązania zadania		Liczba punktów	Uwagi dla egzaminatorów
1	1.1	Podanie wartości b: $b=2$.	1	
	1.2	Sporządzenie wykresu funkcji g. 	1	Krzywa będąca wykresem funkcji g dla $x<4$ nie może przecinać prostej o równaniu $y=2$.
	1.3	Zapisanie szukanych wartości parametru p: $p=0$ lub $p\geq 2$.	1	
2	2.1	Zastosowanie definicji wartości bezwzględnej i zapisanie: $-4x-12<-x-5$ dla $x\in(-\infty,-5)$, $-4x-12<x+5$ dla $x\in\langle -5,-3)$, $4x+12<x+5$ dla $x\in\langle -3,\infty)$.	1	
	2.2	Rozwiązanie nierówności liniowych bez uwzględniania ograniczeń: $x>-\frac{7}{3}$, $x>-\frac{17}{5}$, $x<-\frac{7}{3}$.	1	
	2.3	Uwzględnienie ograniczeń, tzn. zapisanie zbiorów rozwiązań poszczególnych nierówności: zbiór pusty, $\left(-\frac{17}{5},-3\right)$, $\left\langle -3,-\frac{7}{3}\right)$.	1	
	2.4	Wyznaczenie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną: $\left(-\frac{17}{5},-\frac{7}{3}\right)$.	1	
	2.1	**II sposób rozwiązania:** Zapisanie danej nierówności w postaci : $4\lvert x+3\rvert<\lvert x+5\rvert$.	1	

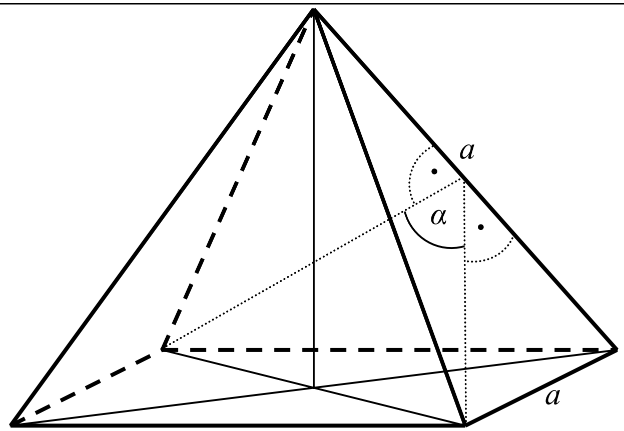
	2.2	Podniesienie obu stron nierówności do drugiej potęgi: $4^2 \cdot (x+3)^2 < (x+5)^2$.	1	
	2.3	Doprowadzenie nierówności do postaci iloczynowej: $(3x+7)\cdot(5x+17) < 0$ lub $15\left(x+\frac{17}{5}\right)\left(x+\frac{7}{3}\right) < 0$.	1	Punkt przyznajemy, gdy zdający zapisze nierówność w postaci ogólnej i obliczy pierwiastki trójmianu kwadratowego.
	2.4	Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $x \in \left(-\frac{17}{5}, -\frac{7}{3}\right)$.	1	
	2.1	**Metoda graficzna.** Zapisanie danej nierówności w postaci : $4\lvert x+3\rvert < \lvert x+5\rvert$.	1	
	2.2	Sporządzenie wykresów funkcji $f(x) = 4\lvert x+3\rvert$ i $g(x) = \lvert x+5\rvert$.	1	
	2.3	Wyznaczenie odciętych punktów wspólnych wykresów funkcji *f* i *g*.	1	
	2.4	Zapisanie zbioru rozwiązań nierówności: $\left(-\frac{17}{5}, -\frac{7}{3}\right)$.	1	
3	3.1	Sporządzenie rysunku. 	1	Na rysunku muszą być szkice wykresów obu funkcji podanych w zadaniu.
	3.2	Zapisanie współrzędnych dowolnego punktu paraboli w zależności od jednej zmiennej: np. $P = (x, x^2)$.	1	
	3.3	Wyznaczenie odległości punktu *P* od danej prostej: $d = \frac{\lvert 2x - x^2 - 6\rvert}{\sqrt{5}}$.	1	.
	3.4	Zapisanie odległości bez wartości bezwzględnej: $d = \frac{(x-1)^2+5}{\sqrt{5}}$ lub $d = \frac{x^2-2x+6}{\sqrt{5}}$.	1	

	3.5	Oszacowanie najmniejszej wartości: $d \geq \sqrt{5}$.	1	
	3.4	**II sposób rozwiązania: (czynności 3.4 i 3.5)** Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji $d(x)=\frac{\lvert 2x-x^2-6\rvert}{\sqrt{5}}$: $d_{\min}=\sqrt{5}$.	1	Zdający może wyznaczyć równanie prostej równoległej do danej prostej, stycznej do paraboli i obliczyć odległość między tymi prostymi równoległymi.
	3.5	Zapisanie wniosku: $d \geq \sqrt{5}$.	1	
4	4.1	Obliczenie prawdopodobieństw: $P(A)=\frac{2}{3}$, $P(B)=\frac{3}{4}$.	1	
	4.2	Zastosowanie prawa De Morgana: $A' \cap B' = (A \cup B)'$.	1	Zdający nie musi wprost zapisywać prawa De Morgana.
	4.3	Wykorzystanie wzoru na prawdopodobieństwo sumy zdarzeń.	1	
	4.4	Obliczenie wartości $P(A' \cap B')$: $P(A' \cap B')=\frac{1}{12}$.	1	
5	5.1	Zapisanie wzoru funkcji w postaci: $h(x)=\frac{a}{x-2}+1$.	1	
	5.2	Obliczenie współczynnika *a* i zapisanie wzoru funkcji: $a=2$, $h(x)=\frac{2}{x-2}+1$.	1	Wystarczy obliczenie współczynnika *a*. Akceptujemy podanie wzoru $h(x)=\frac{x}{x-2}$, bez uzasadnienia. Przyznajemy wtedy punkty za czynności 5.1, 5.2.
	5.3	Obliczenie wartości funkcji *h* dla $x=\sqrt{3}$: $h(\sqrt{3})=-2\sqrt{3}-3$ i zapisanie wniosku.	1	
6	6.1	Zastosowanie wzoru skróconego mnożenia i zapisanie wyrażenia w postaci: $2-\sqrt{3}+2\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{2}}+2+\sqrt{3}$ lub $2-\sqrt{3}+2\cdot\sqrt{\left(2-\sqrt{3}\right)\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)}+2+\sqrt{3}$.	1	
	6.2	Obliczenie liczby *a*: $a=6$.	1	
	6.3	Obliczenie liczby $b: b=9$.	1	
	6.4	Zapisanie wniosku wraz z uzasadnieniem: $a^b > b^a$.	1	

7	7.1	Zapisanie, że liczba (-3) jest jednym z rozwiązań danego równania $(x+3)(x^2+5x+4)=0$.	1	
	7.2	Rozwiązanie równania kwadratowego $x^2+5x+4=0$: $x=-1$, $x=-4$.	1	
	7.3	Rozwiązanie warunku, dla którego drugi czynnik równania nie ma rozwiązań: $\Delta<0$ dla $p\in(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$.	1	
	7.4	Zapisanie układu warunków, dla których liczba (-3) jest jedynym rozwiązaniem równania kwadratowego $x^2+(p+4)x+(p+1)^2=0$: $\Delta=0$ i $\frac{-b}{2a}=-3$.	1	Wyznaczenie wszystkich wartości *p*, dla których liczba (-3) jest rozwiązaniem równania kwadratowego $x^2+(p+4)x+(p+1)^2=0$: $p=2$ lub $p=-1$.
	7.5	Rozwiązanie układu warunków z punktu 7.4: $p=2$.	1	Sprawdzenie, że tylko dla $p=2$ liczba (-3) jest jedynym rozwiązaniem równania kwadratowego.
	7.6	Zapisanie odpowiedzi: $p\in(-\infty,-2)\cup\langle 2,\infty)$.	1	
	7.4	**II sposób rozwiązania: (czynności 7.4, 7.5)** Zapisanie warunku, przy którym liczba (-3) jest jedynym rozwiązaniem równania $x^2+(p+4)x+(p+1)^2=0$: $(x+3)^2=x^2+(p+4)x+(p+1)^2$.	1	
	7.5	Obliczenie *p*: $p=2$.	1	
8	8.1	Zapisanie zależności między bokami czworokąta opisanego na okręgu: $a+b=2c$, gdzie a – długość dłuższej podstawy, b – długość krótszej podstawy, c – długość ramienia trapezu.	1	
	8.2	Wyznaczenie różnicy długości podstaw trapezu za pomocą długości ramienia: $a-b=4c-60$.	1	
	8.3	Wyrażenie wysokości trapezu w zależności od długości ramienia: $h=\sqrt{-3c^2+120c-900}$.	1	
	8.4	Wyznaczenie pola trapezu jako funkcji długości jego ramienia: $P=c\cdot\sqrt{-3c^2+120c-900}$.	1	
	8.5	Wyznaczenie dziedziny funkcji *P*: $c\in(15,30)$.	2	1 pkt za oszacowanie $c<30$. 1 pkt za oszacowanie $c>15$.

9	9.1	Oznaczenie współrzędnych środka okręgu $S=(x,0)$ i zapisanie równania pozwalającego wyznaczyć współrzędne środka okręgu, np.: $\sqrt{(x-1)^2+4^2}=\sqrt{(x+6)^2+3^2}$.	1	
	9.2	Obliczenie współrzędnych punktu S: $S=(-2,\,0)$.	1	Jeśli zdający wyznaczy równanie symetralnej odcinka *AB* oraz jej punkt przecięcia z osią *Ox*, to przyznajemy punkty w czynnościach 9.1 oraz 9.2.
	9.3	Obliczenie długości promienia okręgu: $r=5$ i zapisanie równania okręgu: $(x+2)^2+y^2=25$.	1	
	9.4	Wyznaczenie równania prostej AB : $y=\frac{1}{7}x+\frac{27}{7}$.	1	Wystarczy, że zdający obliczy współczynnik kierunkowy prostej *AB*.
	9.5	Zapisanie równania rodziny prostych prostopadłych do prostej *AB*: $y=-7x+b$.	1	
	9.6	Wykorzystanie wzoru na odległość punktu $(0,0)$ od prostej o równaniu $y=-7x+b$ i zapisanie równania: $\sqrt{2}=\frac{\lvert b\rvert}{5\sqrt{2}}$.	1	
	9.7	Wyznaczenie równań prostych spełniających warunek zadania: $y=-7x-10$, $y=-7x+10$.	1	Wystarczy, że zdający obliczy wartości *b*, o ile zapisał równanie rodziny prostych $y=-7x+b$.

10	10.1	Zapisanie, że ciąg $(\sin\alpha, \sin\beta, 1)$ lub $(1, \sin\beta, \sin\alpha)$ jest geometryczny.	1	Nie wymagamy rozpatrzenia obu przypadków, ale istotne jest założenie, że „1” jest pierwszym lub ostatnim wyrazem ciągu.
	10.2	Wykorzystanie definicji lub własności ciągu geometrycznego i zapisanie warunku: $\sin^2\beta = \sin\alpha \cdot 1$.	1	
	10.3	Wykorzystanie zależności między funkcjami trygonometrycznymi w trójkącie prostokątnym: $\sin\beta = \cos\alpha$ oraz jedynki trygonometrycznej i zapisanie równania z niewiadomą $\sin\alpha$: $1-\sin^2\alpha = \sin\alpha$.	1	
	10.4	Rozwiązanie równania: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $\sin\alpha = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}$. Podanie odpowiedzi: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.	1	

11	11.1	 Zaznaczenie na rysunku szukanego kąta.	1	
	11.2	Obliczenie długości przekątnej podstawy i wysokości ściany bocznej: $a\sqrt{2}$ i $\frac{a\sqrt{3}}{2}$, gdzie a oznacza długość krawędzi ostrosłupa.	1	
	11.3	Zastosowanie twierdzenia kosinusów w trójkącie, w którym występuje kąt dwuścienny α : $\left(a\sqrt{2}\right)^2=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-2\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\cos\alpha$.	1	
	11.4	Obliczenie kosinusa kąta α : $\cos\alpha=-\frac{1}{3}$.	1	
	11.3	**II metoda rozwiązania: (czynności 11.3 i 11.4)** Zastosowanie definicji funkcji sinus dla połowy kąta α : $\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.	1	Jeśli zdający obliczy przybliżoną wartość kąta $\frac{1}{2}\alpha$, a następnie wartość kąta α i poprawnie ustali na tej podstawie przybliżoną wartość $\cos\alpha$, to otrzymuje punkty w czynnościach 11.3 i 11.4. Za samo obliczenie przybliżonej wartości kąta α nie przyznajemy punktów w czynności 11.4.
	11.4	Wyznaczenie kosinusa kąta α : $\cos\alpha=1-2\cdot\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)=-\frac{1}{3}$.	1	

Za prawidłowe rozwiązanie każdego z zadań inną metodą niż przedstawiona w schemacie przyznajemy maksymalną liczbę punktów.