



dysleksja

# MATERIAŁ DIAGNOSTYCZNY Z MATEMATYKI

Arkusz I

## POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy 120 minut

### Instrukcja dla ucznia

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 12 ponumerowanych stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje uczeń. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla ocenającego.
9. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj  pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.

*Życzymy powodzenia!*

ARKUSZ I

GRUDZIEŃ

ROK 2005

Za rozwiązanie  
wszystkich zadań  
można otrzymać  
łącznie  
**50 punktów**

Wypełnia uczeń przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL UCZNIĄ

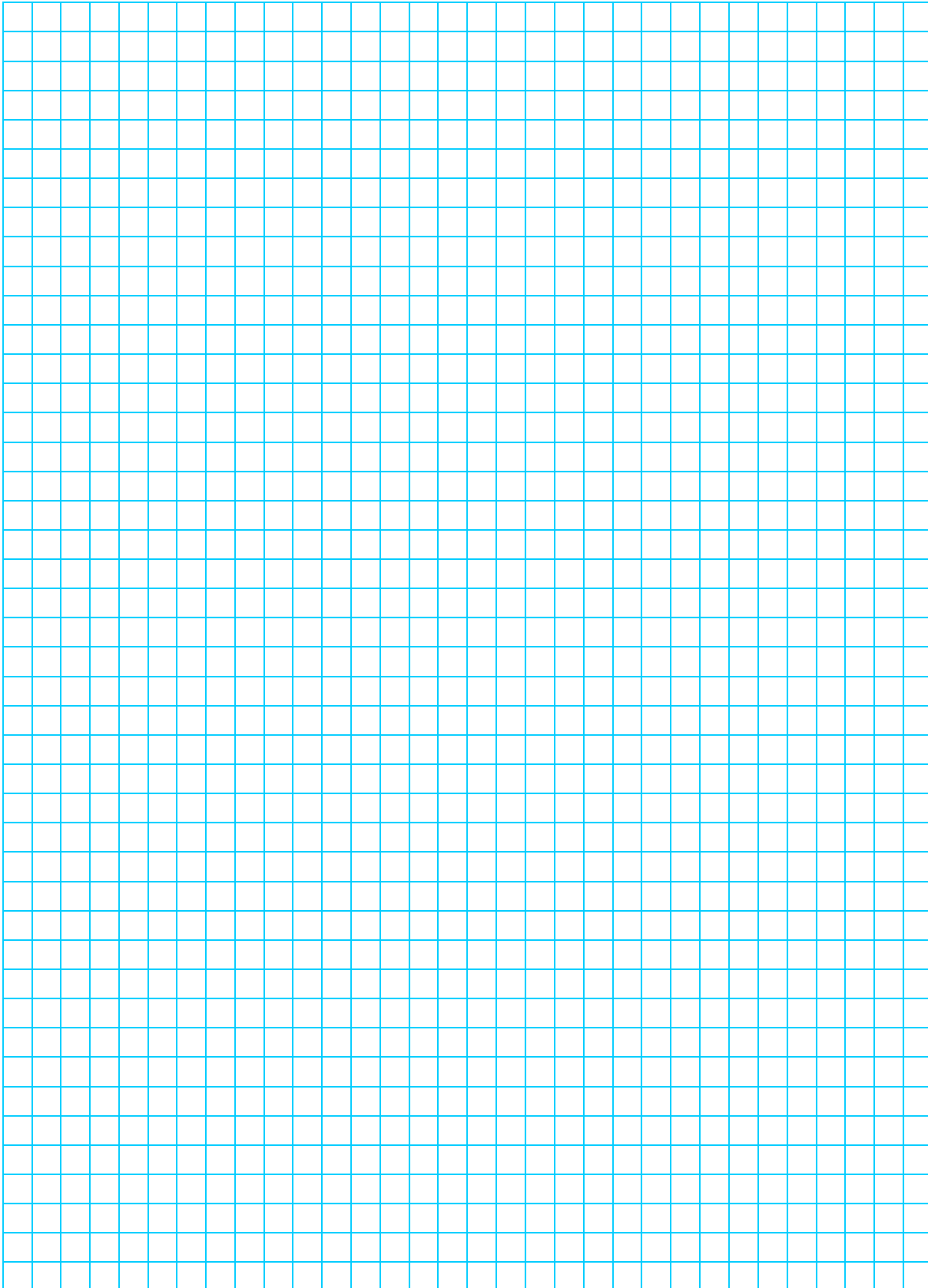
Wypełnia uczeń  
przed rozpoczęciem  
pracy

--	--	--

KOD UCZNIĄ

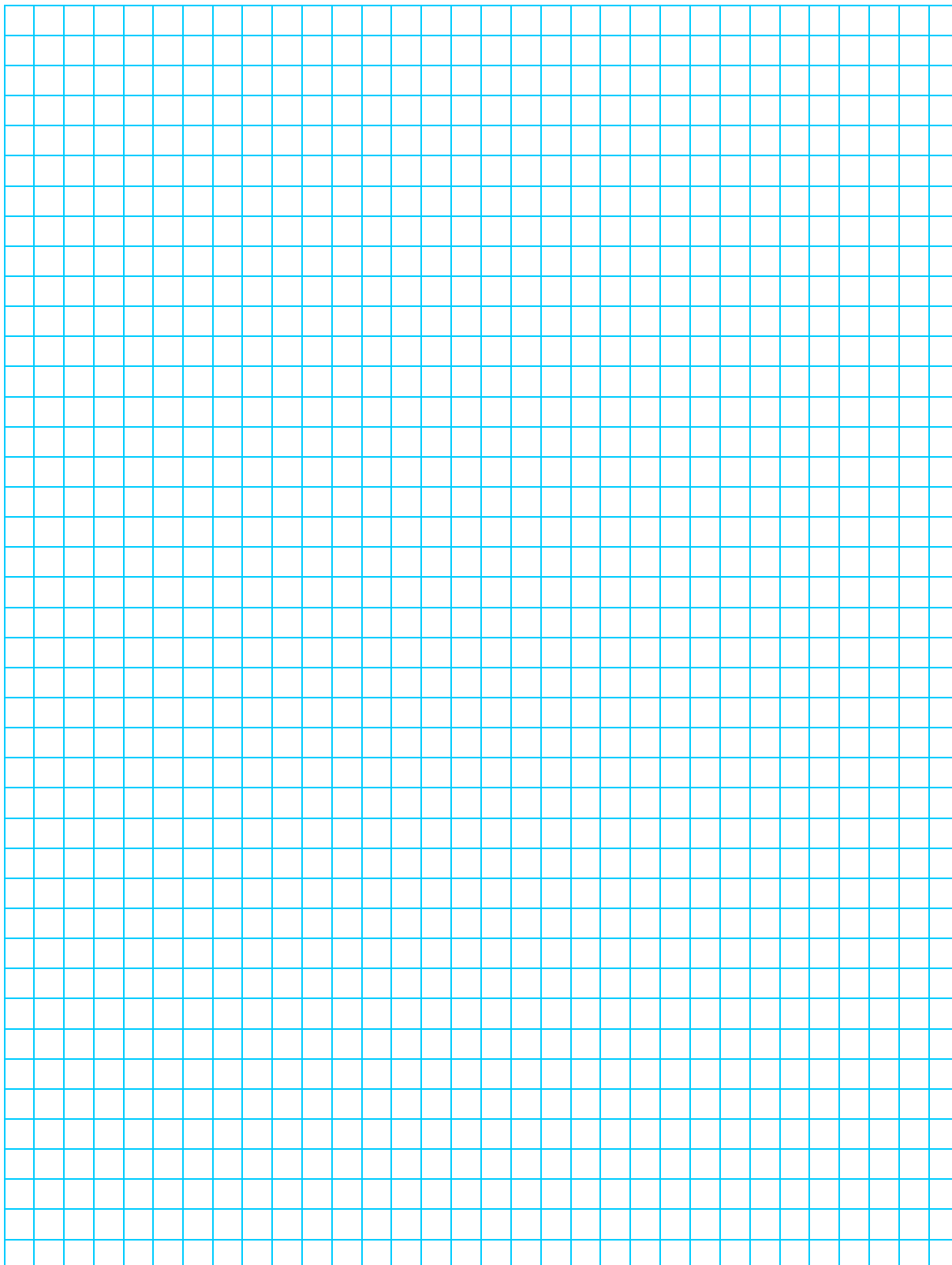
**Zadanie 1. (4 pkt)**

Wielomian  $P(x) = x^3 - 21x + 20$  rozłóż na czynniki liniowe, to znaczy zapisz go w postaci iloczynu trzech wielomianów stopnia pierwszego.



**Zadanie 2. (4 pkt)**

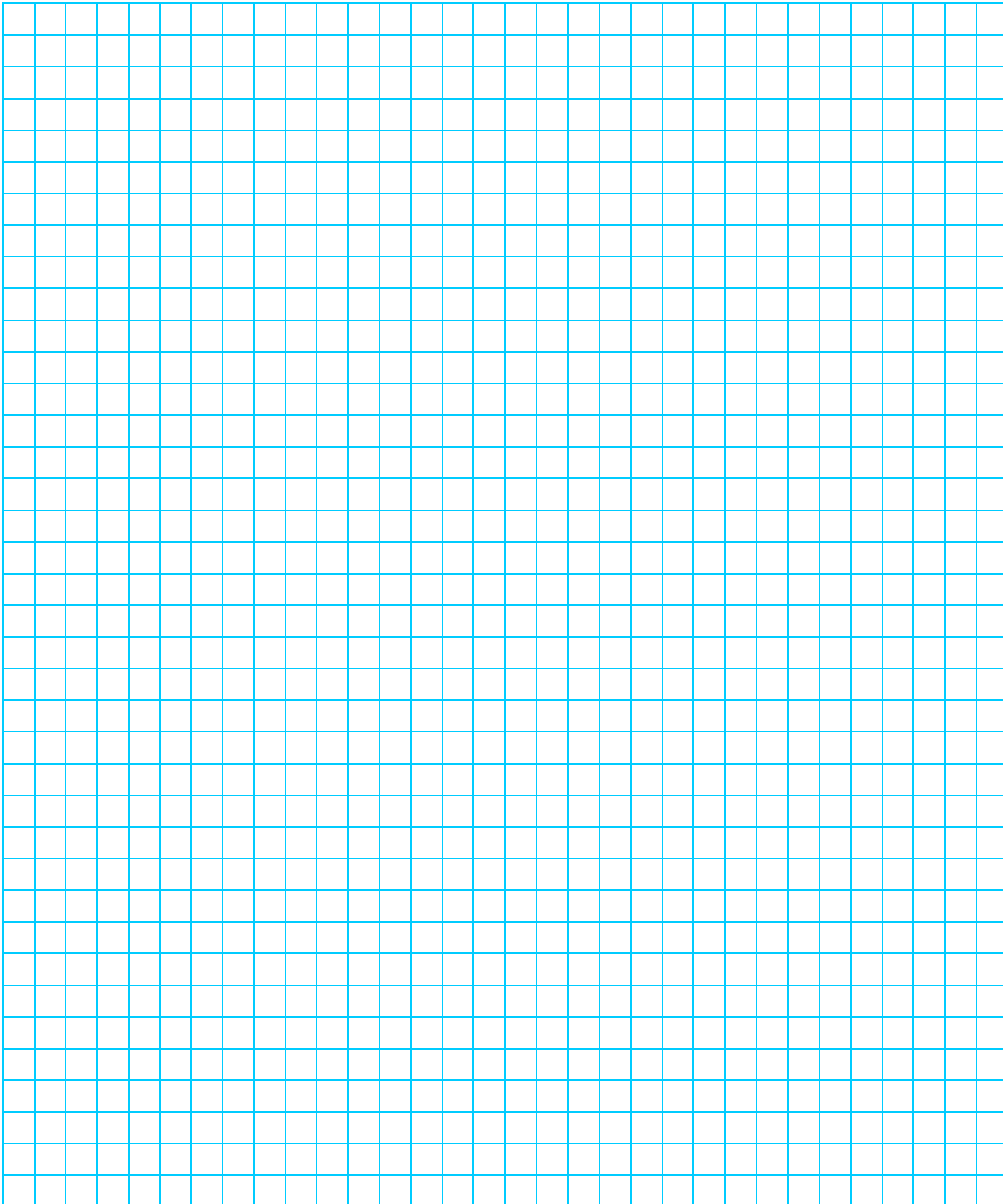
W roku 2005 na uroczystości urodzin zapytano jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: „Jeśli swój wiek sprzed 10 lat pomnożę przez swój wiek za 11 lat, to otrzymam rok mojego urodzenia”. Ułóż odpowiednie równanie, rozwiąż je i zapisz, w którym roku urodził się ten jubilat.



**Zadanie 3. (5 pkt)**

Funkcja  $f(x)$  jest określona wzorem:  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{dla } x \in \langle -1; 1 \rangle \\ -(x-1)^2 & \text{dla } x \in \langle 1; 3 \rangle \end{cases}$

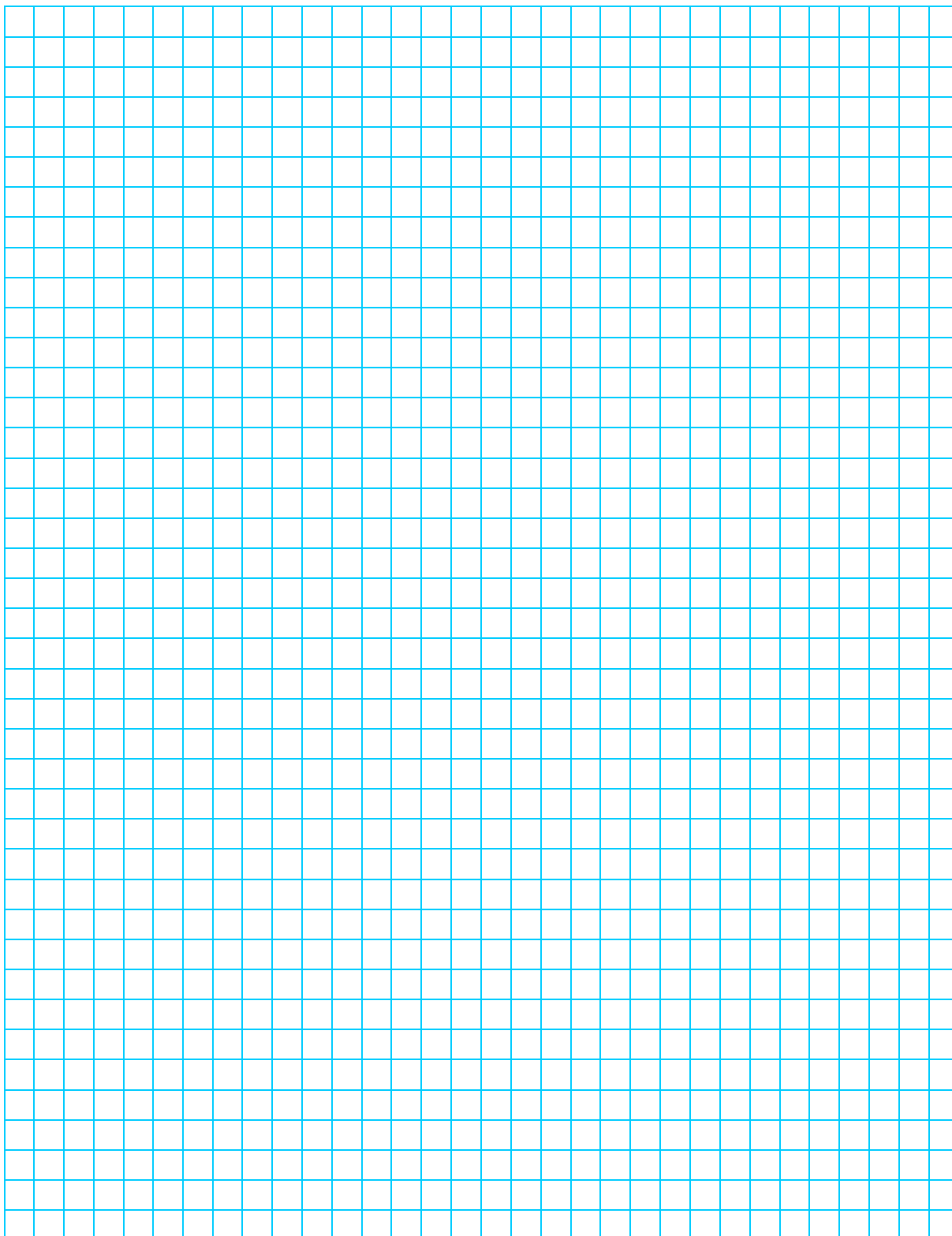
- a) Sprawdź, czy liczba  $a = (0,25)^{-0,5}$  należy do dziedziny funkcji  $f(x)$ .
- b) Oblicz  $f(2)$  oraz  $f(3)$ .
- c) Sporządź wykres funkcji  $f(x)$ .
- d) Podaj rozwiązanie równania  $f(x) = 0$ .
- e) Zapisz zbiór wartości funkcji  $f(x)$ .



**Zadanie 4. (6 pkt)**

W układzie współrzędnych są dane dwa punkty:  $A = (-2, 2)$  i  $B = (4, 4)$ .

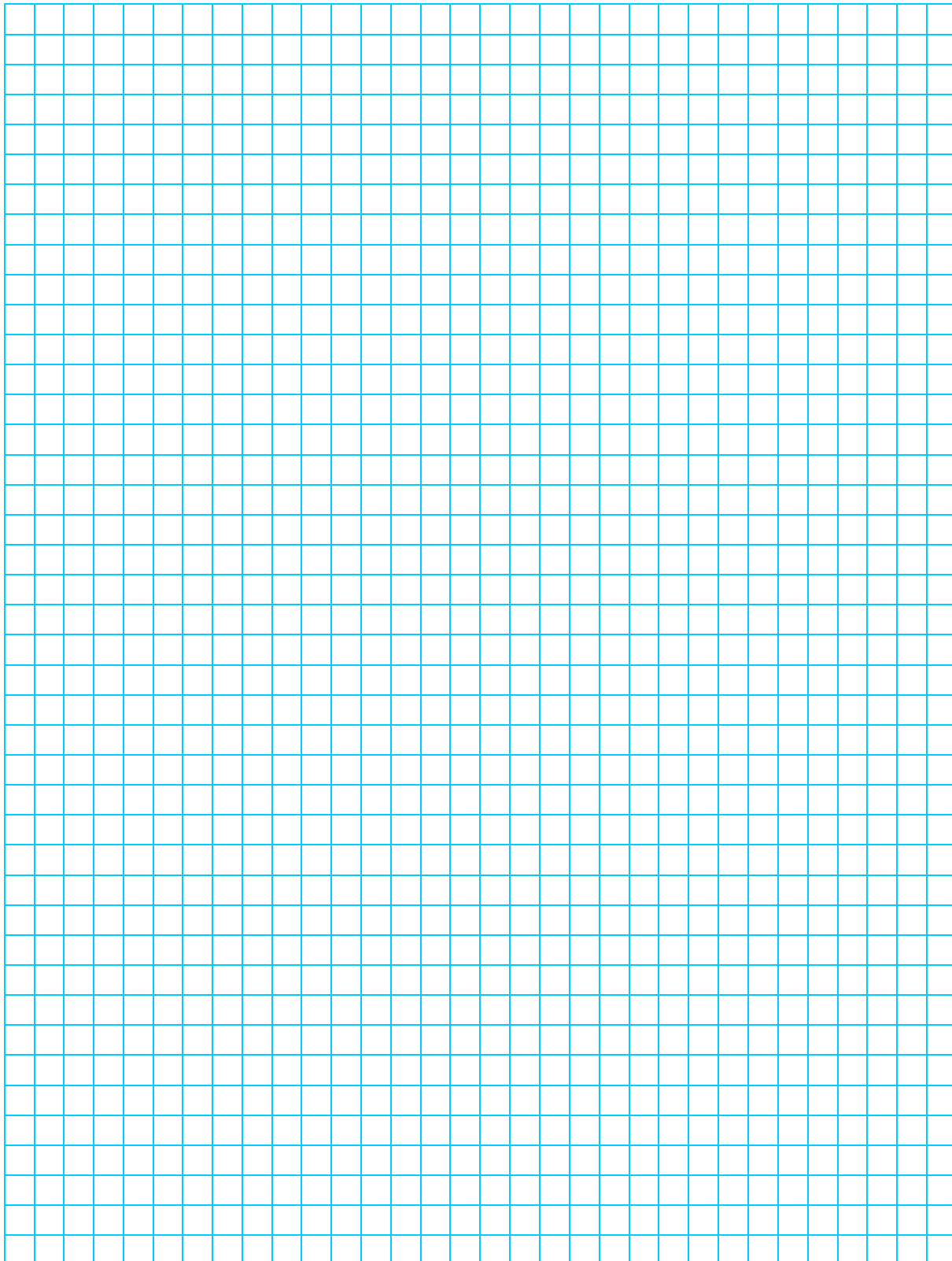
- Wyznacz równanie prostej  $AB$ .
- Prosta  $AB$  oraz prosta o równaniu  $9x - 6y - 26 = 0$  przecinają się w punkcie  $C$ .  
Oblicz współrzędne punktu  $C$ .
- Wyznacz równanie symetralnej odcinka  $AB$ .



**Zadanie 5. (5 pkt)**

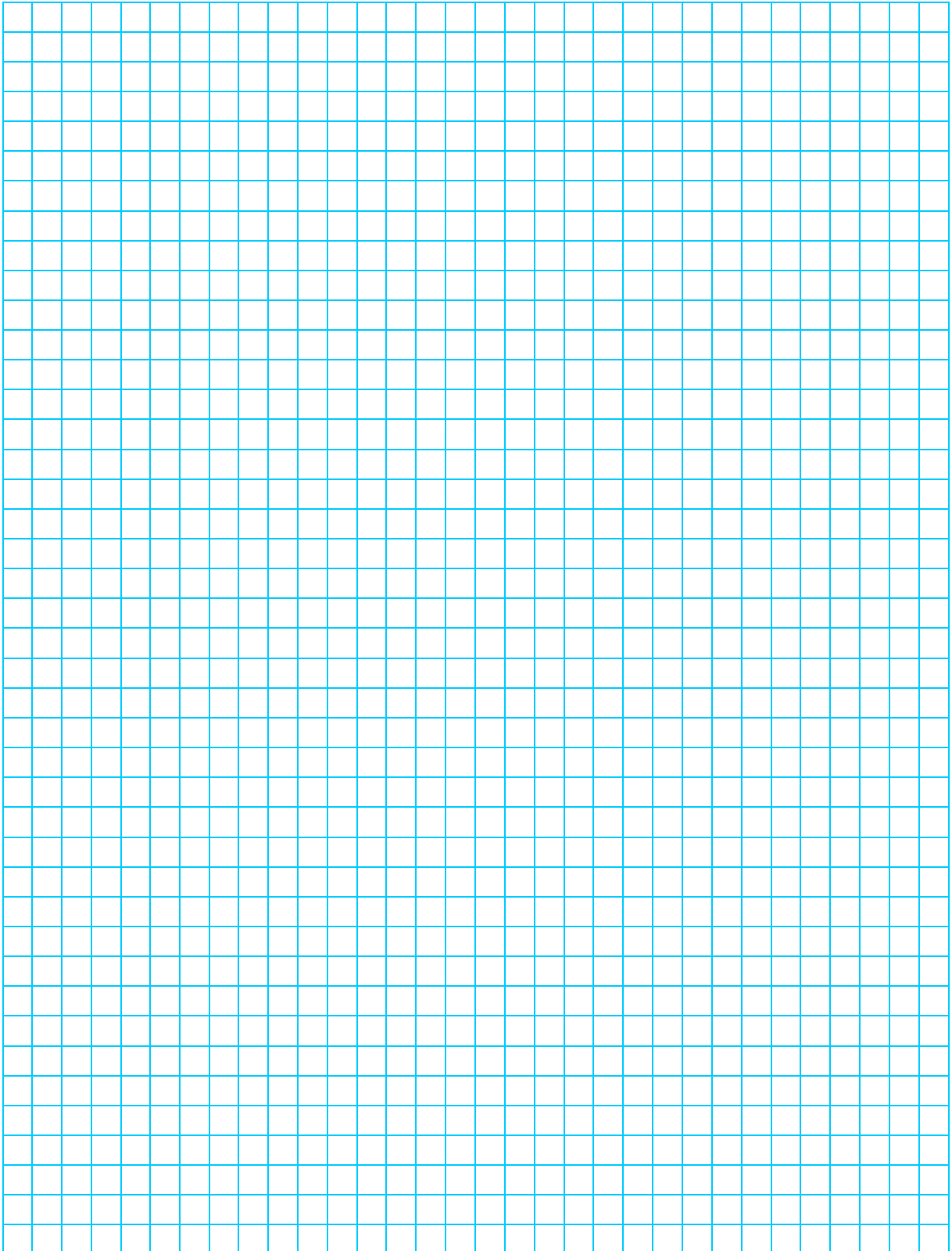
Nieskończony ciąg liczbowy  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = 4n - 31$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

Wyrazy  $a_k$ ,  $a_{k+1}$ ,  $a_{k+2}$  danego ciągu  $(a_n)$ , wzięte w takim porządku, powiększono: wyraz  $a_k$  o 1, wyraz  $a_{k+1}$  o 3 oraz wyraz  $a_{k+2}$  o 23. W ten sposób otrzymano trzy pierwsze wyrazy pewnego ciągu geometrycznego. Wyznacz  $k$  oraz czwarty wyraz tego ciągu geometrycznego.



**Zadanie 6. (4 pkt)**

Do szkolnych zawodów szachowych zgłosiło się 16 uczniów, wśród których było dwóch faworytów. Organizatorzy zawodów zamierzają losowo podzielić szachistów na dwie jednakowo liczne grupy eliminacyjne, Niebieską i Żółtą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że faworyci tych zawodów nie znajdą się w tej samej grupie eliminacyjnej. Końcowy wynik obliczeń zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.



### Zadanie 7. (3 pkt)

Aby wyznaczyć wszystkie liczby całkowite  $c$ , dla których liczba postaci  $\frac{c-3}{c-5}$  jest także liczbą całkowitą można postąpić w następujący sposób:

- a) Wyrażenie w liczniku ułamka zapisujemy w postaci sumy, której jednym ze składników jest wyrażenie z mianownika:

$$\frac{c-3}{c-5} = \frac{(c-5)+2}{c-5}$$

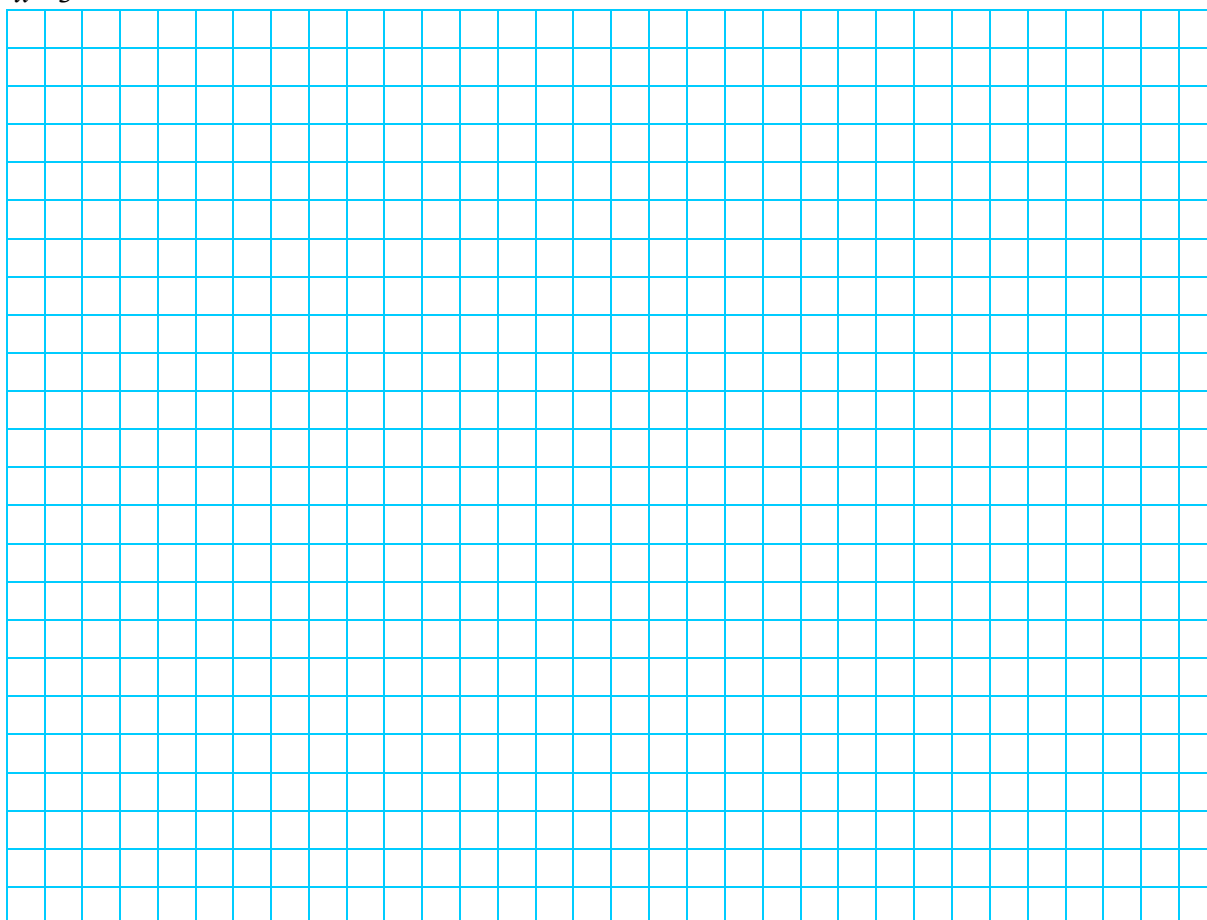
- b) Zapisujemy powyższy ułamek w postaci sumy liczby 1 oraz pewnego ułamka:

$$\frac{c-5+2}{c-5} = \frac{c-5}{c-5} + \frac{2}{c-5} = 1 + \frac{2}{c-5}$$

- c) Zauważamy, że ułamek  $\frac{2}{c-5}$  jest liczbą całkowitą wtedy i tylko wtedy, gdy liczba  $(c-5)$  jest całkowitym dzielnikiem liczby 2, czyli że  $(c-5) \in \{-1, 1, -2, 2\}$ .

- d) Rozwiązujemy kolejno równania  $c-5=-1$ ,  $c-5=1$ ,  $c-5=-2$ ,  $c-5=2$ ,  
i otrzymujemy odpowiedź: liczba postaci  $\frac{c-3}{c-5}$  jest całkowita dla:  
 $c=4$ ,  $c=6$ ,  $c=3$ ,  $c=7$ .

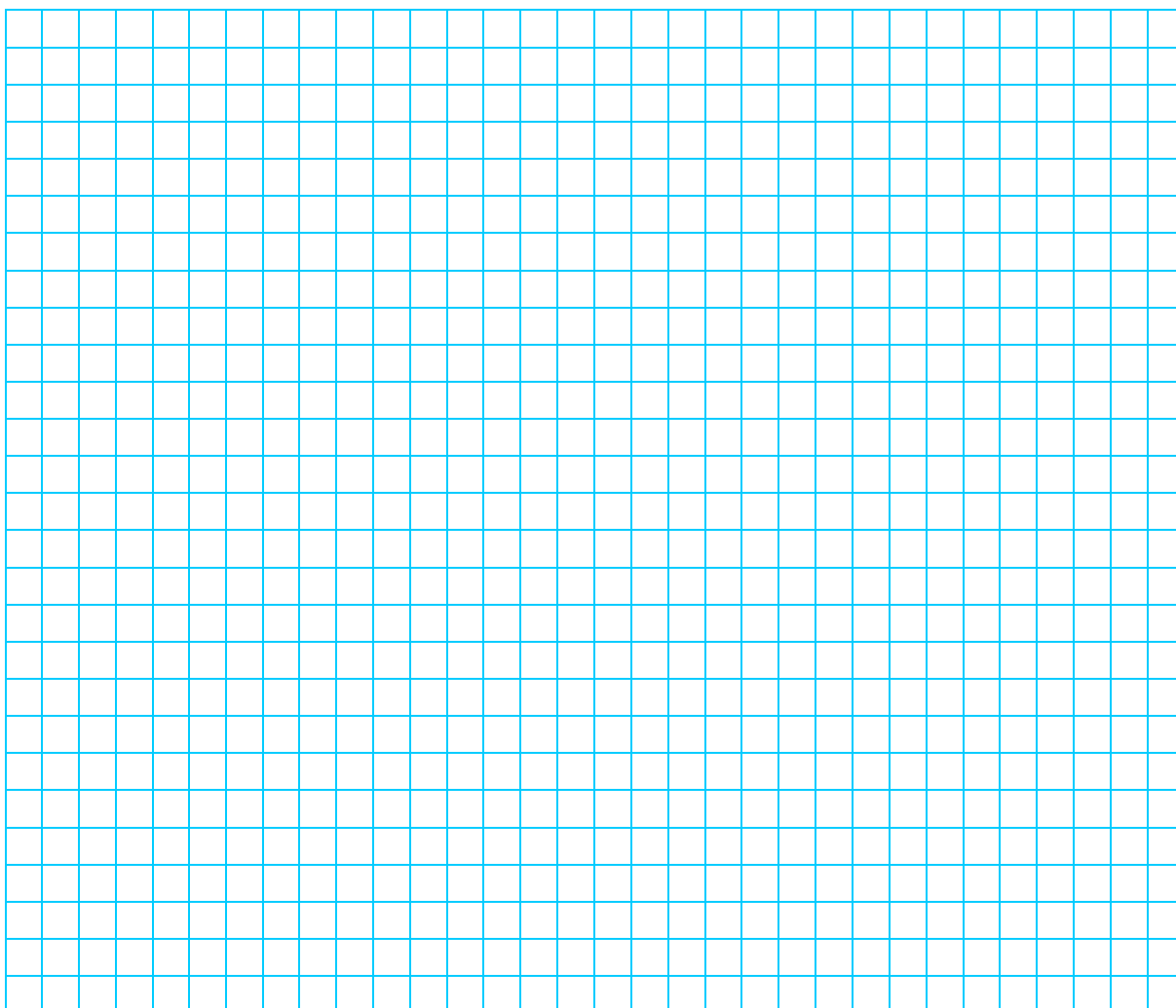
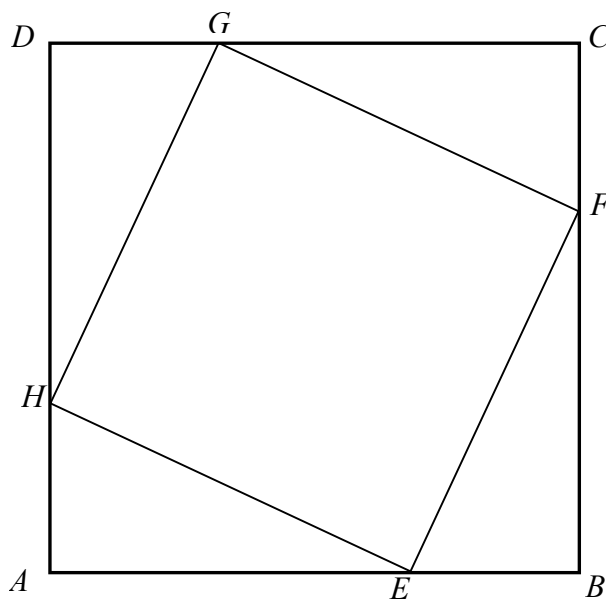
Rozumując analogicznie, wyznacz wszystkie liczby całkowite  $x$ , dla których liczba postaci  $\frac{x}{x-3}$  jest liczbą całkowitą.





**Zadanie 8. (5 pkt)**

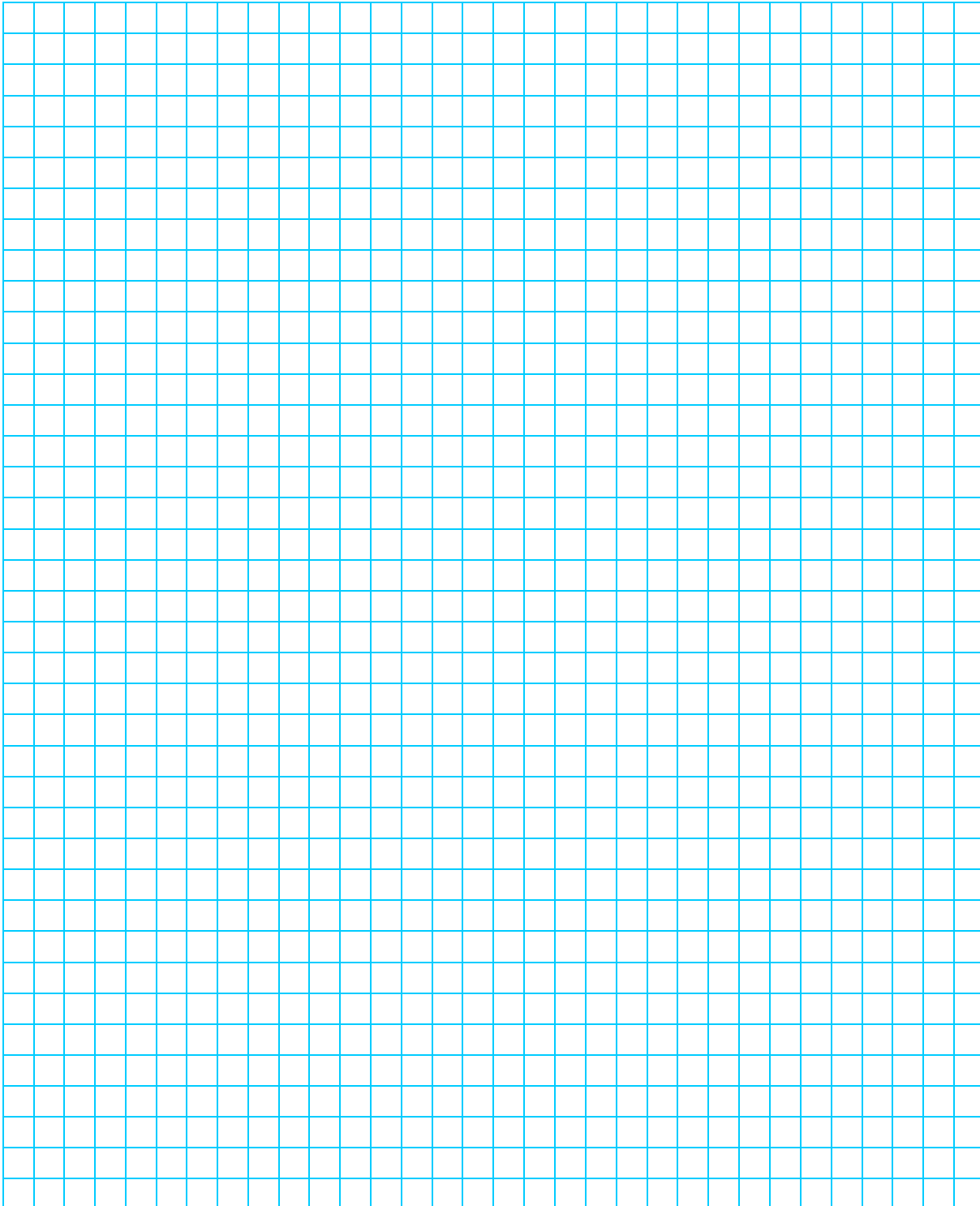
W kwadrat  $ABCD$  wpisano kwadrat  $EFGH$ , jak pokazano na poniższym rysunku. Wiedząc, że  $|AB|=1$  oraz tangens kąta  $AEH$  równa się  $\frac{2}{5}$ , oblicz pole kwadratu  $EFGH$ .



**Zadanie 9. (7 pkt)**

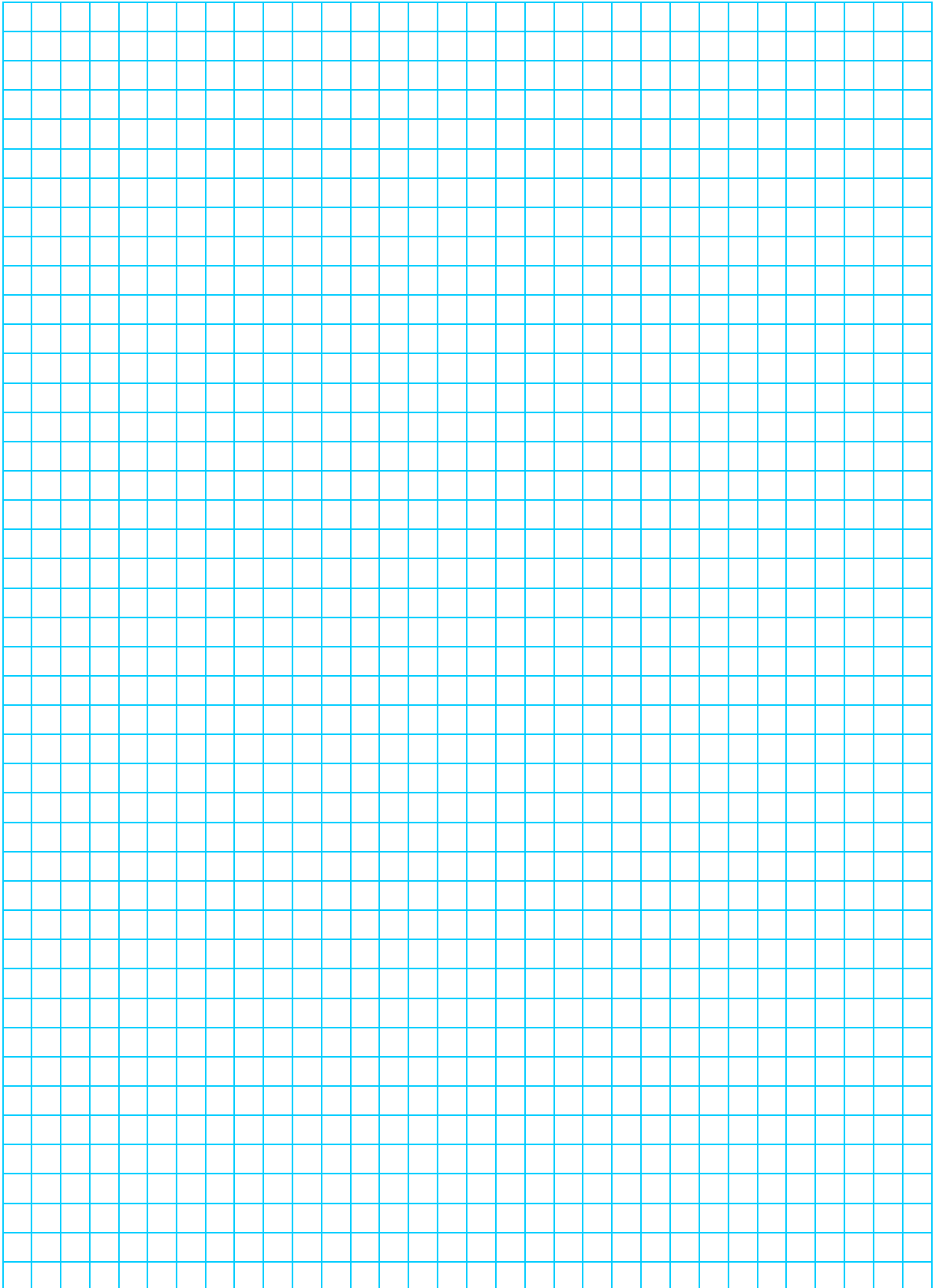
Liczbę naturalną  $t_n$  nazywamy  $n$ -tą liczbą trójkątną, jeżeli jest ona sumą  $n$  kolejnych, początkowych liczb naturalnych. Liczbami trójkątnymi są zatem:  $t_1 = 1$ ,  $t_2 = 1 + 2 = 3$ ,  $t_3 = 1 + 2 + 3 = 6$ ,  $t_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ ,  $t_5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ . Stosując tę definicję:

- a) wyznacz liczbę  $t_{17}$ .
- b) ułóż odpowiednie równanie i zbadaj, czy liczba 7626 jest liczbą trójkątną.
- c) wyznacz największą czterocyfrową liczbę trójkątną.



**Zadanie 10. (7 pkt)**

Pole powierzchni całkowitej prawidłowego ostrosłupa trójkątnego równa się  $144\sqrt{3}$ , a pole jego powierzchni bocznej  $96\sqrt{3}$ . Oblicz objętość tego ostrosłupa.



## **BRUDNOPIS**