ZADANIA OTWARTE ROZSZERZONEJ ODPOWIEDZI

Zadanie 95.
Oblicz sumę wszystkich liczb trzycyfrowych zapisanych wyłącznie za pomocą cyfr wybranych ze zbioru $\{0, 1, 2, 3\}$.

Zadanie 96.
Z pojemnika, w którym są dwa losy wygrywające i trzy losy puste, losujemy dwa razy po jednym losie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo, że otrzymamy co najmniej jeden los wygrywający. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zadanie 97.
Z miejscowości A i B oddalonych od siebie o 182 km wyjeżdżają naprzeciw siebie dwaj rowerzyści. Rowerzysta jadący z miejscowości B do miejscowości A jedzie ze średnią prędkością mniejszą od 25 km/h. Rowerzysta jadący z miejscowości A do miejscowości B wyjeżdża o 1 godzinę wcześniej i jedzie ze średnią prędkością o 7 km/h większą od średniej prędkości drugiego rowerzysty. Rowerzyści spotkali się w takim miejscu, że rowerzysta jadący z miejscowości A przebył do tego miejsca $\frac{9}{13}$ całej drogi z A do B. Z jakimi średnimi prędkościami jechali obaj rowerzyści?

Zadanie 98.
Uczeń przeczytał książkę liczącą 480 stron, przy czym każdego dnia czytał taką samą liczbę stron. Gdyby czytał każdego dnia o 8 stron więcej, to przeczytałby tę książkę o 3 dni wcześniej. Oblicz, ile dni uczeń czytał tę książkę.

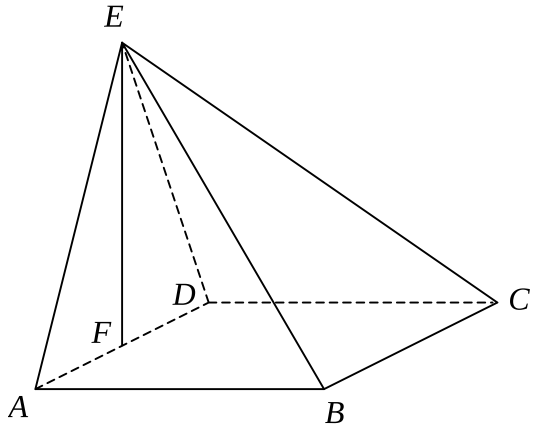
Zadanie 99.
Liczby a, b, c tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 93. Te same liczby, w podanej kolejności są pierwszym, drugim i siódmym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz a, b i c.

Zadanie 100.
Wyznacz wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego wiedząc, że suma pierwszych pięciu jego wyrazów jest równa 10, a wyrazy trzeci, piąty i trzynasty tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.

Zadanie 101.
Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCDS$ jest kwadrat $ABCD$. Pole trójkąta równoramiennego ACS jest równe 120 oraz $|AC|:|AS| = 10:13$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

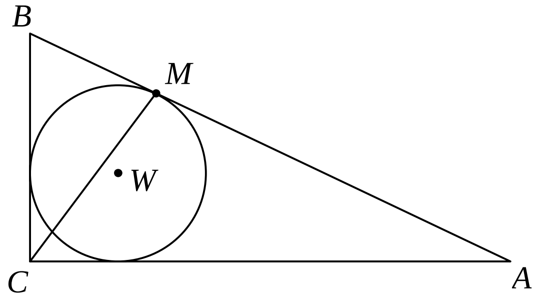
Zadanie 102.

Podstawą ostrosłupa *ABCDE* jest kwadrat *ABCD*. Punkt *F* jest środkiem krawędzi *AD*, odcinek *EF* jest wysokością ostrosłupa (patrz rysunek). Oblicz objętość ostrosłupa, jeśli wiadomo, że $|AE| = 15$, $|BE| = 17$.



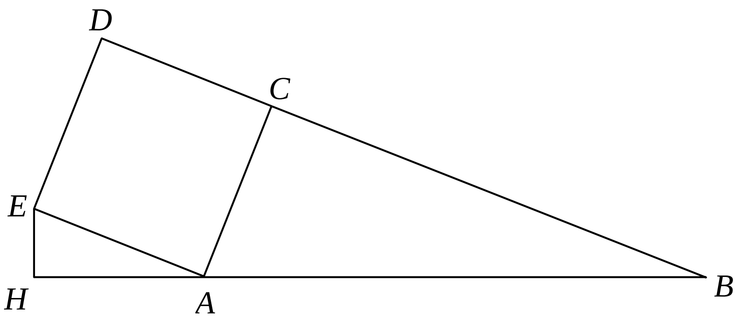
Zadanie 103.

Dany jest trójkąt prostokątny *ABC*, w którym $|BC| = 30$, $|AC| = 40$, $|AB| = 50$. Punkt *W* jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. Okrąg wpisany w trójkąt *ABC* jest styczny do boku *AB* w punkcie *M*. Oblicz długość odcinka *CM*.



Zadanie 104.

Na zewnątrz trójkąta prostokątnego *ABC*, w którym $|\sphericalangle ACB| = 90°$ oraz $|AC| = 5, |BC| = 12$ zbudowano kwadrat *ACDE* (patrz rysunek). Punkt *H* leży na prostej *AB* i kąt $|\sphericalangle EHA| = 90°$. Oblicz pole trójkąta *HAE*.



Zadanie 105.

Wykaż, że prawdziwa jest nierówność $\sqrt{2^{50}+1} + \sqrt{2^{50}-1} < 2^{26}$.

Zadanie 106.

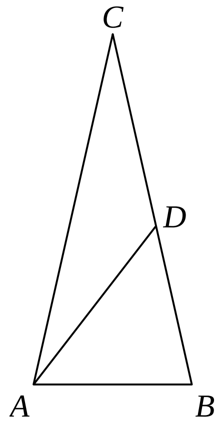
Udowodnij, że jeśli

a) x, y są liczbami rzeczywistymi, to $x^2 + y^2 \geq 2xy$.

b) x, y, z są liczbami rzeczywistymi takimi, że $x + y + z = 1$, to $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{3}$.

Zadanie 107.

Punkt D leży na boku BC trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Odcinek AD dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty równoramienne w taki sposób, że $|AD| = |CD|$ oraz $|AB| = |BD|$ (patrz rysunek). Udowodnij, że $|\sphericalangle ADC| = 5 \cdot |\sphericalangle ACD|$.



Zadanie 108.

Dane są dwa półokręgi o wspólnym środku O i średnicach odpowiednio AB i CD (punkty A, B, C, D i O są współliniowe). Punkt P leży na wewnętrznym półokręgu, punkt R leży na zewnętrznym półokręgu, punkty O, P i R są współliniowe. Udowodnij, że $|\sphericalangle APB| + |\sphericalangle CRD| = 180^\circ$.